

**ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД НА ПРОЦЕСС  
СКЛАДКООБРАЗОВАНИЯ В СЛОИСТОМ МАССИВЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ**

В межах моделі кусково-однорідного середовища на основі тривимірної лінеаризованої теорії стійкості розглянута проблема складкоутворення у шаруватому масиві Земної кори. Механічні властивості шарів описуються моделлю ізотропного лінійно пружного тіла. Наведено чисельні результати розв'язку конкретних задач для шаруватого масиву з двома шарами, що чергуються.

**INFLUENCE FOR ELASTIC PROPERTIES OF ROCKS ON THE PROCESS  
FOLDING LAURED MASSIF OF E'ARTH'S CRUST**

Within the framework of model of piecwise-homogeneous environments on the basis of the three-dimensional linearized theory of a stability the problem of folding in layered massif the Earth's crust is considered. The mechanical properties of layers are described by model of isotropic linearly elastic body. The numerical results the of concrete problems decision for a layered massif with two alternating layers decision are given.

В работе [8] отмечено, что анализ механических процессов возникновения и формирования в осадочной оболочке Земли разнообразных складчатых структур может основываться только на математическом моделировании, т.к. эти процессы во всех своих решающих звеньях не могут быть наблюдаемы из-за их длительности, несоизмеримой с возможным интервалом наблюдения. Различные представления о возможных механизмах образования складчатых структур обобщены и систематизированы в работах [8-10]. В качестве механизма складкообразования в данной работе принимается явление потери устойчивости в слоистой толще горных пород. С таких же позиций этот вопрос изучается и в работах [3,6,12]. Для формулирования задачи авторы этих работ применяют различные варианты теории устойчивости в механике деформируемого твердого тела. В литературе для исследования явления складкообразования наиболее широкое применение нашли два из них: а) - приближенный вариант трехмерной теории устойчивости [8] и б) – трехмерная линейаризованная теория устойчивости, построенная при малых и конечных докритических деформациях [4]. Второй вариант теории устойчивости можно считать более предпочтительным потому, что он получен путем строгой линейаризации и последовательных упрощений первоначально геометрически нелинейных уравнений механики деформируемого твердого тела. Результаты, найденные в рамках этого подхода, хорошо согласуются с выводами, полученными на основе физических соображений [6]. В работах [4,11,12] для исследования явления складкообразования в слоистой тоще земной коры был предложен подход, основанный на использовании трехмерной линейаризованной теории устойчивости деформируемых тел [4] в сочетании с моделью кусочно-однородной среды. В этом случае трехмерные уравнения устойчивости удовлетворяются в пределах каждого слоя породного массива, а на граничных поверхностях его и между отдельными слоями точно удовлетворяются краевые условия и условия

межслоевого контакта. Гипотезы и предположения геологического характера, принятые в работах [8-10], сохраняются и в линеаризированной теории.

**Постановка задачи.** Следуя работам [5,6,11], рассматриваем в качестве объекта исследования многослойную невесомую среду с конечным или бесконечным числом первоначально горизонтальных прямолинейных слоев. Физико-механические свойства горных пород описываются моделью линейно упругих изотропных или ортотропных тел. Предполагается, что в зоне складчатости образуется достаточно большое количество выпучин так, что исследования можно проводить в пределах одной полуволны формы потери устойчивости. Исследуется потеря устойчивости в структуре слоистого породного массива, когда критические параметры задачи зависят не от размеров и формы породного массива, а от взаимного соотношения между геометрическими и физико-механическими характеристиками отдельных его слоев. В работах [8,14] рассматриваются три основных типа складок – линейные, куполовидные и прерывистые. Это отвечает соответственно плоской, осесимметричной и пространственной формам потери устойчивости. Выделим, согласно принятой в геотектонике терминологии, «компетентные» и «некомпетентные» слои горных пород. Слоистые породные блоки, в которых может реализоваться явление неустойчивости, выбираются так, чтобы они были ограничены некомпетентными слоями, т.е. слоями, слабо сопротивляющимися сжимающим тектоническим нагрузкам, а лишь передающим действие окружающей среды в виде поверхностных сжимающих распределенных нагрузок. Заметим, что понятие компетентности слоев весьма условное, так как один и тот же слой может быть компетентным по отношению к одним видам пород и некомпетентным по отношению к другим. В качестве объектов исследования в работе [11] рассмотрено четыре вида слоистых тел: 1. Слоистый пакет, сопряженный с однородным полупространством; 2. Слоистый пакет, сопряженный с двумя однородными полупространствами. 3. Единичный слой или пакет из небольшого числа слоев; 4. Слоистая полуограниченная и неограниченная среда регулярной структуры. В зависимости от вида внешней нагрузки, характера затухания возмущений вектора перемещений и количества слоев в выделенном блоке горных пород и физико-механических свойств пород возможна постановка различных видов задач о внутренней или поверхностной неустойчивости в структуре горных пород или в отдельных породных слоях. В качестве внешнего воздействия на выделенные породные массивы рассматриваем сжимающие распределенные нагрузки тектонического характера, действующие в плоскости простирания слоев и давление веса вышележащих пород. Считается, что поверхностное нагружение имеет «мертвый» или следящий характер. В последнем случае рассмотрены те виды граничных условий на торцах слоев, при которых выполняются достаточные условия применимости статического подхода Эйлера. Сформулируем для линейных видов складчатости и указанных свойств горных пород при малых докритических деформациях постановку задачи для слоистой полуограниченной среды, образованной периодическим повторением порождающего пакета из конечного числа ( расчетная модель 4) слоев. Отнесем исследуемую полуплоскость к ла-

гранжевым координатам  $x_i$ , до деформирования совпадающим с декартовыми координатами. Будет рассмотрена в плоскости  $x_1ox_3$  поверхностная форма потери устойчивости, которая реализуется в приповерхностной зоне и затухает при удалении от нее. Для сжимаемых тел имеем следующие уравнения устойчивости

$$[(a_{11} + \sigma_{11}^0) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (G_{13} + \sigma_{33}^0) \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}] u_1 + (a_{13} + G_{13}^0) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_3} = 0; \quad (1,3 \text{ Curl}). \quad (1)$$

Здесь  $u_i$  - компоненты возмущений вектора перемещений  $\vec{u}$ , а  $G_{ij}, a_{ij}$  упругие постоянные для горных пород. Для слоев с изотропными свойствами коэффициенты  $G_{ij}, a_{ij}$  выражаются через упругие постоянные по формулам

$$G_{ij} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad a_{ii} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad a_{ij} = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad (i, j = 1, 3), \quad (2)$$

где  $E_k, \nu_k$  - модуль упругости и коэффициент Пуассона слоев соответственно.

Уравнение поверхности, ограничивающей слоистую полуплоскость, имеет вид  $x_3 = z_{1,0} = 0$ . Уравнение поверхностей межслоевого контакта можем записать.

$$x_3 = z_{q,n} = (q-1)h + \sum_{i=1}^n h_i; \quad (q = 1, 2, \dots, \infty; n = \overline{0, K});$$

$$\sum_{i=1}^0 h_i = 0; \quad z_{q+1,0} = z_{q,N}; \quad N = K. \quad (3)$$

На поверхности слоистой среды граничные условия имеют вид

$$P_i^{(1)}(x_1^{(1)}, 0) = \tilde{P}_i, \quad (4)$$

где  $P_i^{(k)}, \tilde{P}_i$  - соответственно компоненты возмущений главного вектора напряжений в  $k$ -ом слое и поверхностной нагрузки, определяемые формулами

$$P_i^{(k)} = \sigma_{3i}^{(k)} + \sigma_{33}^{0(k)} \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_3^{(k)}}; \quad \tilde{P}_i^m = 0; \quad \tilde{P}_1^c = \sigma_{33}^0 \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_1^{(1)}}; \quad \tilde{P}_3^c = \sigma_{33}^0 \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial x_1^{(1)}}, \quad (5)$$

где индексом “с” отмечены следящие нагрузки, а индексом “m” – “мертвые”; индексом ноль отмечены величины, относящиеся к докритическому напряжен-

ному состоянию. При "мертвых" и "следающих" поверхностных нагрузках  $p_3$  ниже используется статический подход Эйлера к решению задачи устойчивости. В первом случае достаточные условия применимости такого подхода удовлетворяются автоматически, а во втором – проверяется их выполнение при различных граничных условиях на границе слоистого массива. [4,6]. Из формул (1) - (5) видим, что при  $\tilde{P}_i = \sigma_{33}^0 = 0$  имеем случай слоев, расположенных на поверхности земной коры или в непосредственной близости от нее. При  $\tilde{P}_i = 0; \sigma_{33}^0 \neq 0$  имеем случай «мертвых», а при  $\tilde{P}_i \neq 0; \sigma_{33}^0 \neq 0$  - случай "следающих" поверхностных нагрузок  $p_3$  для слоев, расположенных на достаточно большом удалении от дневной поверхности Земли. Выражения для компонент возмущений тензора напряжений имеют вид

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} a_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + (1 - \delta_{ij}) G_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (6)$$

Здесь рассматриваем случай абсолютно жесткого контакта между смежными слоями, который можно соответственно записать в форме

$$\begin{aligned} u_i(x_1, x_3^{(q,\kappa)} - 0) &= u_i(x_1, x_3^{(q,\kappa)} + 0); \\ P_i(x_1, x_3^{(q,\kappa)} - 0) &= P_i(x_1, x_3^{(q,\kappa)} + 0); \end{aligned} \quad (7)$$

$$x_3^{(n,\kappa)} = (q-1)h + \sum_{i=1}^{\kappa} h_i; \quad x_3^{(q+1,0)} = x_3^{(q,2)}; \quad h = \sum_{k=1}^K h_k \quad \kappa = 1, 2, 3, \dots, K.$$

Здесь  $\kappa$  - порядковый номер слоя в порождающем пакете, а  $K$  – количество слоев в этом пакете;  $q$  – порядковый номер пакета,  $q \rightarrow \infty$ . На «бесконечности» выполняются условия затухания возмущений компонент вектора перемещений  $\vec{u}$ .

$$u_j \rightarrow 0 \quad \text{при } x_3 \rightarrow -\infty. \quad (8)$$

Проблема нахождения критических параметров задачи, обуславливающих образование складчатых структур, сводится к исследованию на собственные значения системы уравнений (1)-(8). Трудности решения таких задач заключаются в том, что надо построить затухающее на бесконечности решение системы уравнений (1) состоящее из набора локальных в пределах каждого слоя ограниченных решений. Точный метод решения этой задачи в случае однородного докритического напряженного состояния горных пород предложен в [7].

**Решение задачи.** При однородном напряженном докритическом состоянии рассматриваемой слоистой среды систему уравнений (1) можно свести к системе двух уравнений относительно потенциалов  $\Psi_1, \Psi_3$ .

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_3^2} + \eta_1^2 \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1^2}\right) = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x_3^2} + \eta_3^2 \frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x_1^2}\right) = 0; \quad \eta_{1,3}^2 = c \pm \sqrt{c^2 - \gamma} \quad (9)$$

$$2c(a_{33} + \sigma_{33}^0)(G_{13} + \sigma_{33}^0) = (a_{11} + \sigma_{11}^0)(a_{33} + \sigma_{33}^0) + (G_{13} + \sigma_{11}^0)(G_{13} + \sigma_{33}^0) - (a_{13} + G_{13})^2; \\ \gamma = (a_{11} + \sigma_{11}^0)(G_{31} + \sigma_{11}^0)(a_{33} + \sigma_{33}^0)^{-1}(G_{13} + \sigma_{33}^0)^{-1},$$

Зависимость между величинами  $\sigma_{in}$ ,  $u_i$  и функциями  $\Psi_I$  имеет вид

$$\vec{R} = L_1 \vec{Z}, \quad \vec{Z} = C \vec{\Psi}, \quad \vec{\Psi} = |\Psi_1 \quad \Psi_3|', \quad (10)$$

где  $\vec{R}; \vec{\Psi}$  – вектор-столбцы;  $L_1 = [l_{ij}]_{i,j=1,4}$ ,  $C = [c_{ij}]_{i=1,2}^{j=1,5}$  – матрицы, имеющие различный вид в зависимости от модели исследуемой среды и применяемого варианта трехмерной теории устойчивости. При плоской деформации  $u_i = u_i(x_1, x_3)$  и малых докритических деформациях запишем

$$l_{11} = \frac{\partial}{\partial x_3}; \quad l_{22} = \frac{\partial}{\partial x_1}; \quad l_{33} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}; \quad l_{44} = l_{55} = \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} \quad \vec{R} = \|u_1 \quad u_3 \quad \sigma_{31} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{11}\|' \quad (11)$$

$$c_{1n} = 1; \quad c_{2n}(a_{13} + G_{13}) = \eta_j^2 (G_{13} + \sigma_{33}^0) - (\sigma_{11} + a_{11}); \quad c_{3n} = G_{13}(c_{2n} - c_{1n}\eta_j^2) \\ c_{4n} = c_{1n}a_{13} + c_{2n}a_{33}; \quad c_{5n} = c_{1n}a_{11} + c_{2n}a_{13};$$

Здесь  $j=1$  при  $n=1$ ;  $j=3$  при  $n=2$ ; Решение уравнений (10) в работе [7] представлено в виде

$$\Psi_1 \quad \Psi_3(x_1, x_3) = \begin{bmatrix} A_{2n-2+q} \\ B_{2n-2+q} \end{bmatrix} sh \frac{\pi}{l} \eta_{1,3}^{(q)}(x_3 - x^{(n,q)}) + \begin{bmatrix} C_{2n-2+q} \\ D_{2n-2+q} \end{bmatrix} ch \frac{\pi}{l} \eta_{1,3}^{(q)} \times \\ \times (x_3 - x^{(n,q)}) \sin \frac{\pi}{l} x_1; \quad x^{(n,q)} = (n-1)H + \sum_{i=1}^q h_i; \quad H = h_1 + h_2; \quad (12)$$

$$x^{(n,q-1)} \leq x_3 \leq x^{(n,q)}; \quad x^{(n+1,0)} = x^{(n,2)}; \quad n = 1, 2, \dots, \infty; \quad \sum_{i=1}^0 h_i = 0; \quad q = 1, 2$$

Постоянные интегрирования  $A_{2n-2+q}, B_{2n-2+q}, C_{2n-2+q}, D_{2n-2+q}$  определяются при решении бесконечной системы алгебраических уравнений, полученной при удовлетворении сформулированным выше граничным условиям на «бесконечности» (8), между отдельными слоями (7) и на граничной поверхности слоистой полуплоскости (4). В матрично-векторном виде условия (7) будут [12]:

при  $x_3^{(n,q)} = Const$   $F_2 \vec{R}_{2n} = F_1 S_1 \vec{R}_{2n+1}$  ;  $F_1 \vec{R}_{2n-1} = F_2 S_2 \vec{R}_{2n}$   $F_q = \begin{vmatrix} M_q & 0 \\ 0 & N_q \end{vmatrix}$ , (13)

где блочные матрицы  $F_1, F_2$  находим по формулам

$$N_q = [n_{ij}^{(q)}] = \begin{vmatrix} b_{21}^{(q)} & b_{22}^{(q)} \\ \tilde{b}_{31}^{(q)} & \tilde{b}_{32}^{(q)} \end{vmatrix}, M_q = [m_{ij}^{(q)}] = \begin{vmatrix} \eta_1^{(q)} b_{11}^{(q)} & \eta_3^{(q)} b_{12}^{(q)} \\ \eta_1^{(q)} \tilde{b}_{41}^{(q)} & \eta_3^{(q)} \tilde{b}_{42}^{(q)} \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Элементы матриц  $N_q, M_q$  определяются выражениями

$$b_{in} = c_{in}; \quad \tilde{b}_{3i} = b_{3i} - \sigma_{33}^0 \eta_j^2 b_{1i}; \quad \tilde{b}_{4i} = b_{4i} + \sigma_{33}^0 b_{2i}, \quad (15)$$

где  $j=1$  при  $i=1$  и  $j=3$  при  $i=2$ ; индекс  $(q)$  в (7) при всех величинах опущен. Матрицы  $S_1, S_2$  определяются по формулам

$$S_k = \begin{vmatrix} ch\Omega_1^{(k)} & 0 & -sh\Omega_1^{(k)} & 0 \\ 0 & ch\Omega_3^{(k)} & 0 & -sh\Omega_3^{(k)} \\ -sh\Omega_1^{(k)} & 0 & ch\Omega_1^{(k)} & 0 \\ 0 & -sh\Omega_3^{(k)} & 0 & ch\Omega_3^{(k)} \end{vmatrix}, \quad \Omega_i^{(k)} = \frac{\pi}{l} h_k \eta_i^{(k)}, j=1 \text{ при } k=1, j=3 \text{ при } k=2. \quad (16)$$

В пределах порождающего пакета слоев эти условия принимают вид

$$\begin{aligned} F_1 \vec{T}_{(q-1)K+1} &= F_2 S_2 \vec{T}_{(q-1)K+2} \\ \text{-----} & \\ F_{N-1} \vec{T}_{qK-1} &= F_K S_K \vec{T}_{qK} \\ F_K \vec{T}_{qK} &= F_1 S_1 \vec{T}_{qK+1} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} F_1 \vec{T}_{(q-1)K+1} &= F_2 S_2 \vec{T}_{(q-1)K+2} \\ F_{N-1} \vec{T}_{qK-1} &= F_K S_K \vec{T}_{qK} \\ F_K \vec{T}_{qK} &= F_1 S_1 \vec{T}_{qK+1} \end{aligned}} \right\} K; \quad (17)$$

Здесь обозначено  $\vec{T}_q = \|A_q^{(1)} \quad A_q^{(3)} \quad C_q^{(1)} \quad C_q^{(3)}\|^*$ , \*- символ транспонирования. Решение системы (17) принимаем в виде

$$\vec{T}_{Nq} = \lambda^q F_K^{-1} \vec{T}. \quad (18)$$

Подставляя решение (18) в систему (2.9), для нахождения вектора  $\vec{T}$  и скалярной величины  $\lambda$  получаем векторно-матричное уравнение

$$(F_1 S_1 F_1^{-1} F_2 S_2 F_2^{-1} - \lambda^{-1} E) \vec{T} = 0, \quad (19)$$

где  $E$  – единичная матрица четвертого порядка. Таким образом  $\lambda$  является собственным числом передаточной матрицы  $H = \|h_{ij}\| = \prod_{i=1}^N F_i^{-1} S_i F_i$ , а  $\vec{T}$  – собственным вектором этой матрицы. Для определения  $\vec{T}$  имеем уравнение

$$(H - \lambda^{-1}E)\vec{T} = 0; \quad (20)$$

Числа  $\lambda$  определяются из характеристического уравнения

$$\lambda^4 - f_1\lambda^3 + f_2\lambda^2 - f_3\lambda + f_4 = 0. \quad (21)$$

Коэффициенты  $f_i$ , ( $i = \overline{1,4}$ ) – действительные величины:

$$f_1 = \sum_{\alpha=1}^4 h_{\alpha\alpha}; \quad f_2 = \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=\alpha+1}^4 (h_{\alpha\alpha}h_{\beta\beta} - h_{\alpha\beta}h_{\beta\alpha}); \quad (22)$$

$$f_3 = \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=\alpha+1}^3 \sum_{\gamma=\beta+1}^4 \det \begin{vmatrix} h_{\alpha\alpha} & h_{\alpha\beta} & h_{\alpha\gamma} \\ h_{\beta\alpha} & h_{\beta\beta} & h_{\beta\gamma} \\ h_{\gamma\alpha} & h_{\gamma\beta} & h_{\gamma\gamma} \end{vmatrix}.$$

В работе [12] доказано, что уравнение (21) относится к уравнениям возвратного типа и, как следствие этого, имеем равенство  $f_1 = f_3$ . Поэтому для определения характеристических чисел имеем формулы

$$\lambda_{1,3} = b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 1}; \quad \lambda_{2,4} = b_2 \pm \sqrt{b_2^2 - 1}; \quad 4b_{1,2} = f_1 \pm \sqrt{f_1^2 - 4(f_2 - 2)}. \quad (23)$$

Неравным между собой собственным числам  $\lambda_m$  соответствуют линейно независимые собственные векторы  $T_m$ , которые определяются из уравнения (20). Следовательно, можно записать вместо выражения (18)

$$\vec{T}_{Nq} = \sum_{p=1}^4 \lambda_p^q F_K^{-1} \vec{T}_p U_p. \quad (24)$$

Согласно соотношениям (23), решения уравнений (21) обладают свойством  $|\lambda_1\lambda_3| = 1, |\lambda_2\lambda_4| = 1$ . Полагая  $\{|\lambda_1|, |\lambda_2|\} < 1$ , для удовлетворения условиям затухания возмущений вектора перемещений (8) на «бесконечности» в решении (24) следует положить  $U_3 = U_4 = 0$ . Подставляем (24) в граничные условия на поверхности слоистой среды (4). С учетом соотношений (5),(6) находим систему двух однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных  $U_1, U_2$ . Из условия существования нетривиальных решений такой системы окончательно находим характеристические уравнения для определения крити-

ческих значений параметров нагружения и волнообразования, при которых возможно явление образования складчатости рассматриваемого типа.

$$\det\{LF_1^{-1}\vec{T}_1, LF_1^{-1}\vec{T}_2\} = 0. \quad (25)$$

**Результаты решения для конкретной модели.** Рассмотрим слоистый горный массив, образованный чередованием двух упругих слоев с различными геометрическими и физико-механическими характеристиками. Докритическое состояние слоистой среды предполагается однородным. Для определения компонент напряжений  $\sigma_{ij}^0$ , рассматривается в рамках линейной теории упругости равновесие порождающего пакета слоев под действием поверхностной нагрузки  $p_1$  и  $p_3$ , действующей вдоль осей  $ox_1$  и  $ox_3$  соответственно. Деформации всех слоев в направлении оси  $ox_1$  считаем одинаковыми ( $\varepsilon_{11,1}^0 = \varepsilon_{11,2}^0 = \varepsilon_{11}$ ). Докритические напряжения определяются по формулам

$$\sigma_{11,k}^0 = -p_1 \left[ \frac{E_k}{1-\nu_k^2} \times \frac{1-y \sum_{c=1}^2 \left( \frac{\nu_c}{1-\nu_c} \rho_c \right)}{\sum_{c=1}^2 \left( \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \rho_c \right)} + y \frac{\nu_k}{1-\nu_k} \right]; \quad (k=1,2), \quad y = \frac{p_3}{p_1};$$

$$\sigma_{33,1}^0 = \sigma_{33,2}^0 = -p_3; \quad y = p_3/p_1; \quad \sigma_{13,k}^0 = \sigma_{31,k}^0 = 0; \quad \rho_k = \frac{h_k}{h_1 + h_2}. \quad (26)$$

Подставляя соотношения (26),(11) в (25), получаем в явном виде разрешающее характеристическое уравнение для выбранного вида докритического состояния. Решение его и анализ результатов выполнены с помощью ПЭВМ на основе пакета прикладных программ, написанных на Фортране. Минимальные корни этого уравнения определяют решение задачи устойчивости слоистого породного массива при сжатии распределенными нагрузками  $p_i$ , которое представлено в виде графической зависимости между параметрами нагружения и волнообразования -  $p = p(\omega)$ . В качестве критических параметров задачи выбираем те значения величин  $p$  и  $\omega$ , которые минимизируют такую зависимость. Отдельные результаты решения представлены на рисунках 1-4 и в таблице 1.

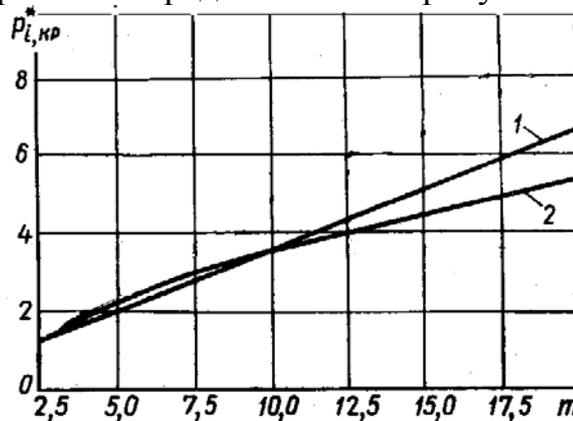


Рис.1 – Зависимость складкообразующих параметров нагружения от модулей Юнга слоев в приповерхностной зоне земной коры.

На рис.1-2 показаны решения задачи для слоистой среды расположенной близко от дневной поверхности земной коры, когда можно пренебречь весом вышележащей толщи горных пород. Тогда параметр  $y = 0$ . Влияние отношения модулей упругости слоев  $n = E_2/E_1$  на критические значения параметра нагружения  $p_{1,кр}^* = 10^2 (p_1/E_1)_{кр}$  при фиксированных значениях величин  $m = 10^2 n$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ ;  $y = 0$ ;  $\rho_1 = 1 - \rho_2 = 0,2$  приведено на рис.1. Кривая 1 построена по результатам данной работы, а 2 – по результатам, полученным в рамках прикладного подхода в теории устойчивости [2].

Влияние коэффициентов Пуассона  $\nu_1$  и  $\nu_2$  слоев на параметр  $p_{1,кр}^*$  при  $y=0$  приведено на рисунке 2.

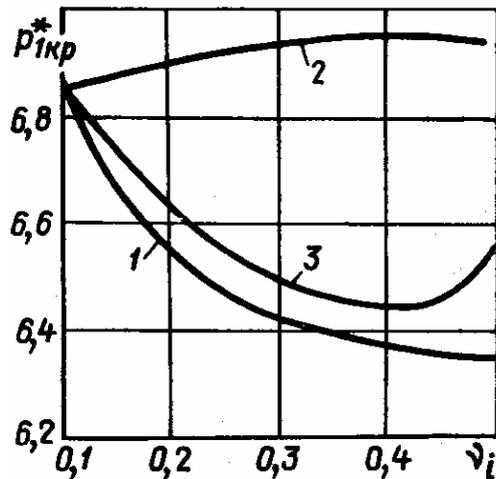


Рис. 2 – Влияние коэффициентов Пуассона слоев на процесс складкообразования при  $y = 0$

Кривая 1 построена для  $\nu_{(1)} = 0,1$ ;  $\nu_{(2)} = 0,1 \div 0,49$ ; кривая 2 –  $\nu_{(2)} = 0,1$ ;  $\nu_{(1)} = 0,1 \div 0,49$ ; кривая 3 –  $\nu_{(1)} = \nu_{(2)} = 0,1 \div 0,49$ . Здесь  $\rho_1 = h_1/(h_1 + h_2) = 0,1$ ;  $n = 0,025$ . Аналогичный результат, но при  $y \neq 0$  приведен на рис. 3.

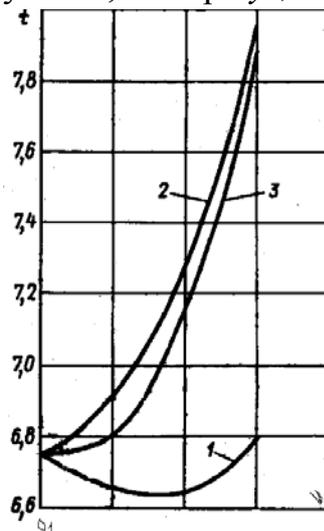


Рис. 3 – Влияние коэффициентов Пуассона слоев на процесс складкообразования при  $y \neq 0$ .

Здесь принято  $t_{kp} = 10^3(p_1/E_1)$   $\rho_1 = 0,1; (E_1/E_2) = 40; y = 0,7$ . при следящих значениях нагрузки  $p_3$ . На рис. 4 показана зависимость параметра нагружения  $t = 10^3(p_1/E_1)$  от параметра волнообразования при заданных параметрах слоистого массива  $\nu_1 = \nu_2 = 0,3; \rho_1 = 0,1; n^{-1} = E_1E_2^{-1} = 40$ . Сплошные кривые соответствуют "мертвой" нагрузке  $p_3$ , а штриховые - следящей. Значение параметра  $y = p_3/p_1$  указаны числами возле графиков.

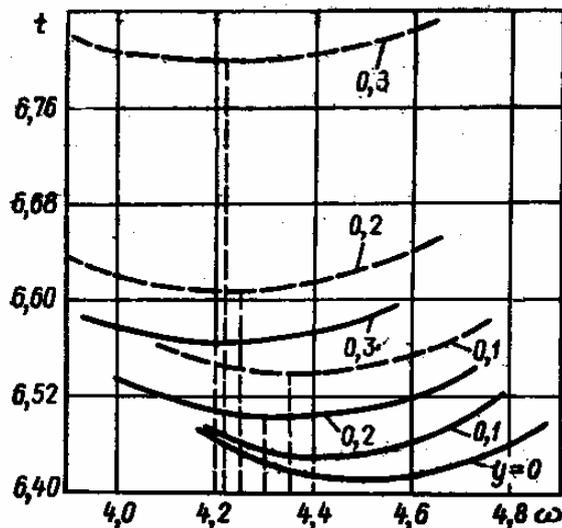


Рис. 4 – Зависимость минимальных корней уравнения (2.20) от параметра волнообразования  $\omega = \pi h/l$ .

Данные, приведенные в таблице 1, относятся к той же слоистой среде, к которой относится и рис. 4.

Таблица 1 – Зависимость критических значений параметров нагружения и волнообразования от модулей упругости слоев при различных типах поверхностного нагружения при  $y \neq 0$ .

$n^{-1}$	10	30	60	100
$t_{kp,m}$	24,2	8,60	4,6	3,0
$t_{kp,c}$	26,8	9,5	5,0	3,2
$\omega_{kp,m}$	6,0 ÷ 7,0	4,0 ÷ 5,0	3,5	3,0
$\omega_{kp,c}$	6,0 ÷ 7,0	4,0 ÷ 5,0	3,0 ÷ 3,5	1,5 ÷ 3,5

Анализ приведенных результатов показывает, что критические значения параметра нагружения  $t_{kp}$  имеют линейную зависимость от соотношения  $E_2/E_1$  и возрастают с ростом этой величины. Прикладные подходы в теории устойчивости достаточно точно описывают исследуемое явление на очень незначитель-

ном интервале изменения параметра  $m$ . Следовательно, для изучения явления складкообразования необходимо привлекать строгую трехмерную постановку задачи. При отсутствии поверхностной нагрузки  $p_3$  величина коэффициентов Пуассона, на всем диапазоне его изменения не очень (в пределах 10%) существенно влияет на значение  $t_{кр}$ . При  $y \neq 0$  степень этого воздействия возрастает до 15 ÷ 20 %. Рост критического значения параметра  $t_{кр}$  более заметен при увеличении следящих нагрузок  $p_3$  по сравнению с мертвыми нагрузками. Как следует из таблицы с уменьшением параметра  $n$  наблюдается уменьшение параметра волнообразования  $\omega$  и, как следствие, увеличение длины полуволны формы потери устойчивости  $l$ .

Таким образом, в статье рассмотрена проблема образования линейной складчатости в слоистой толще земной коры периодической структуры и дана оценка влияния отдельных упругих характеристик горных пород на большом и незначительном удалении их от дневной поверхности Земли. Сделанные конкретные выводы имеют место лишь для слоистых сред, рассмотренных в работе. Для других параметров слоев и структурных особенностей слоистых массивов необходимо проводить дополнительные исследования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов, В.В. Основные вопросы геотектоники. / В.В. Белоусов. – М.: Госголтехиздат, 1962.
2. Болотин, В.В. Локальное выпучивание сжатых элементов из слоистого вязкоупругого материала / В.В. Болотин, Е.Н. Синицин // Механика полимеров. – 1968, № 5. – С. 816-821.
3. Гузь, А.Н. О задачах устойчивости в механике горных пород / А.Н. Гузь // Проблемные вопросы механики горных пород. – Алма-Ата: Наука, 1972. – 254 с.
4. Гузь, А.Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел / А.Н. Гузь. – Киев, Вища школа, 1986. – 511 с.
5. Гузь, А.Н. О расчетных схемах в линеаризованной механике деформируемых тел / А.Н. Гузь // Прикладная механика. – 2004. – 40, № 5. – С. 30-47.
6. Гузь, А.Н. Линеаризованная теория складкообразования в толще земной коры / А.Н. Гузь, В.Н. Чехов // Прикл. механика. – 1975. – № 1. – С. 3-17.
7. Гузь, А.Н. Поверхностная неустойчивость слоистого полупространства периодической структуры / А.Н. Гузь, В.Н. Чехов, Н.А. Шульга // Докл. АН СССР. – 266, №6. – 1306-1310.
8. Ержанов, Ж.С. Теория складкообразования в земной коре / Ж.С. Ержанов, А.К. Егоров. – М.: «Наука», 1974. – 239 с.
9. Косыгин, Ю.А. Тектоника / Ю.А. Косыгин. – М.: «Недра», 1964.
10. Хаин, В.Е. Общая геотектоника. / В.Е. Хаин. – М.: «Недра», 1973.
11. Чехов, В.Н. О постановке задач в трехмерной линеаризованной теории складкообразования / В.Н. Чехов // Українсько - Польський форум гірників. Матеріали форуму. – Изд-во ДНГУ. – 2004. – С.521-532.
12. Чехов, В.Н. Исследование складкообразования горных пород периодической структуры / В.Н. Чехов // Прикл. механика. – 1984. – №3. – С. 24-32.
13. Biot, M.A. Mechanics of incremental deformations. – N. – Y., Willey, 1965. – 506p
14. Sitter, L.U. Structural geology. London. McGraw-Hill, 1956 (русский перевод: Ситтер Л.У. Структурная геология. ИЛ, – 1960. )

## **ПРИМЕНЕНИЕ НЕВЗРЫВЧАТЫХ РАЗРУШАЮЩИХ СОСТАВОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ВЫРАБОТОК ВСЛЕД ЗА ЛАВОЙ**

Запропоновано спосіб проведення гірничих виробок слідом за лавою, що ґрунтується на руйнуванні порід за допомогою невибухових руйнуючих складів (НРС). Отримані формули для розрахунку параметрів бурових робіт при реалізації способу. Наведена конструкція патрона НРС, що дозволяє вирішити технологічні питання доставки, фіксації НРС в шпурі, та управління напрямом руйнування порід.

## **APPLICATION OF NON-EXPLOSIVE COMPOSITION AT DEplete CONDUCT WORKING AFTER LONGWALL**

The method of leadthrough the mountain making is offered right behind longwall which is based on destruction of breeds by non-explosive destroying compositions. The got formulas are for the calculation parameters of borings works during realization of method. Resulted construction the cartridge of non-explosive destruction compositions, that lets to decide the technological questions of delivery, fixing of compositions in hole, and management by direction of destruction breeds.

Постоянный рост глубины ведения горных работ, в условиях сложной экономической ситуации, приводит к увеличению доли сплошных и комбинированных систем разработки с проведением выработок вслед за лавой. Основным достоинством этих систем разработки, с точки зрения устойчивости выработки, является сохранение естественной прочности вмещающих пород до подхода очистного забоя.

Закономерности проявлений горного давления в выработках подверженных влиянию очистных работ изучались многими учеными. Фундаментальные исследования проведены в работах А.А. Борисова [1], Ю.И. Бурчакова, И.Л. Черняка, [2], Б.М. Усан-Подгорного [3], М.А. Комиссарова [4], И.П. Бажина [5-6], К.А. Ардашева [6-7] и др.

Согласно исследованиям И.Л. Черняка [2], например, на шахте им. Стаханова п/о «Красноармейскуголь» смещения по зонам опорного давления распределялись следующим образом:

- вне зоны влияния очистных работ – до 30 %;
- в зоне влияния очистных работ впереди первой лавы – 8-15 %;
- в зоне влияния очистных работ позади первой лавы – 25-35 %;
- в зоне влияния очистных работ впереди второй лавы – 5-15 %;
- в зоне влияния очистных работ позади второй лавы – 15-25%.

Таким образом, проведение выработки вслед за лавой позволяет на 38-45% уменьшить смещения.

Изучением проявлений горного давления позади очистного забоя занимались институты ВНИМИ, МГИ, ДонУГИ, КузНИУИ, УНИУИ, ПечорНИУИ, ДПИ, ДГИ и др. Исследования показали, что характер и величины смещений